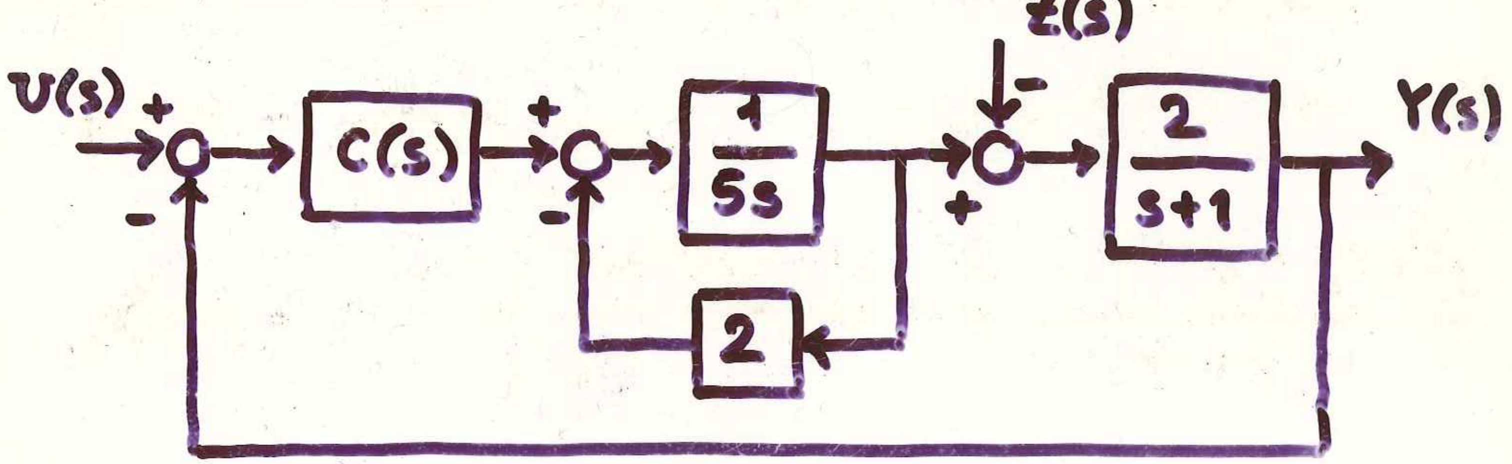
Esercizio # 1

Per il seguente schema a blocchi



determinare il controllore C(s) in modo che

- l'errore ad un disturbo a gradino unitario sia minore di 0.2 a regime
- l'errore ad un ingresso a gradino unitario sia minore di 1/12 a regime
- la pulsazione di attraversamento sia $\omega_t \geq 1$ rad/sec
- il margine di fase sia $m_\varphi \geq 50°$

Soluzione

L'anello interno si risolve in

$$P_1(s) = \frac{1/5s}{1+2/5s} = \frac{1}{5s+2} \qquad P_2(s) \triangleq \frac{2}{s+1}$$

a valle del disturbo

La catena diretta del processo $P(s) = P_1(s) \cdot P_2(s)$ non ha poli in $s=0$. D'altronde non è richiesto nè astatismo (vs. disturbo) nè comportamento di tipo uno (vs. ingresso) $\Rightarrow$ $h=0$ poli nell'origine nel controllore

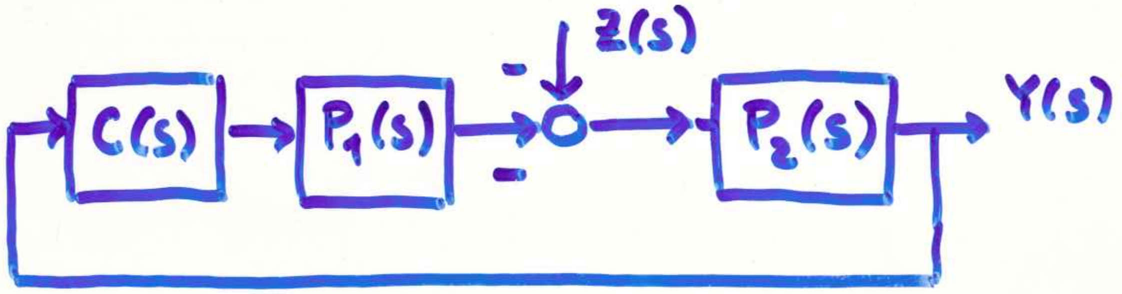
Per scegliere il guadagno K_c in

$$C(s) = K_c \cdot R(s)$$

guadagno unitario, senza poli in $s=0$

si hanno due condizioni

a) Ponendo $U(s) = 0$ si ha



$$W_z(s) = -\frac{P_2(s)}{1 + C(s)P_1(s)P_2(s)} = \frac{-2(5s+2)}{(5s+2)(s+1) + 2C(s)}$$

$$E_z(s) = W_z(s) \cdot Z(s) \qquad Z(s) = \frac{1}{s}$$

$$\bar{e}_z = \lim_{t \to \infty} e_z(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot E_z(s) = \lim_{s \to 0} W_z(s)$$

$$|\bar{e}_z| = \left| \frac{-4}{2(1+K_c)} \right| \leq 0.2 \Rightarrow \boxed{K_c \geq 9}$$

b) Ponendo $Z(s)=0$, si ha un sistema di tipo 0 per cui l'errore a regime in risposta al gradino unitario vale

$$e_0 = \frac{K_d^2}{K_d + K_G} = \frac{K_d^2}{K_d + K_p K_c} \leq \frac{1}{12},$$

$$K_d = K_p = 1 \Rightarrow \boxed{K_c \geq 11} \leftarrow$$ domina il precedente

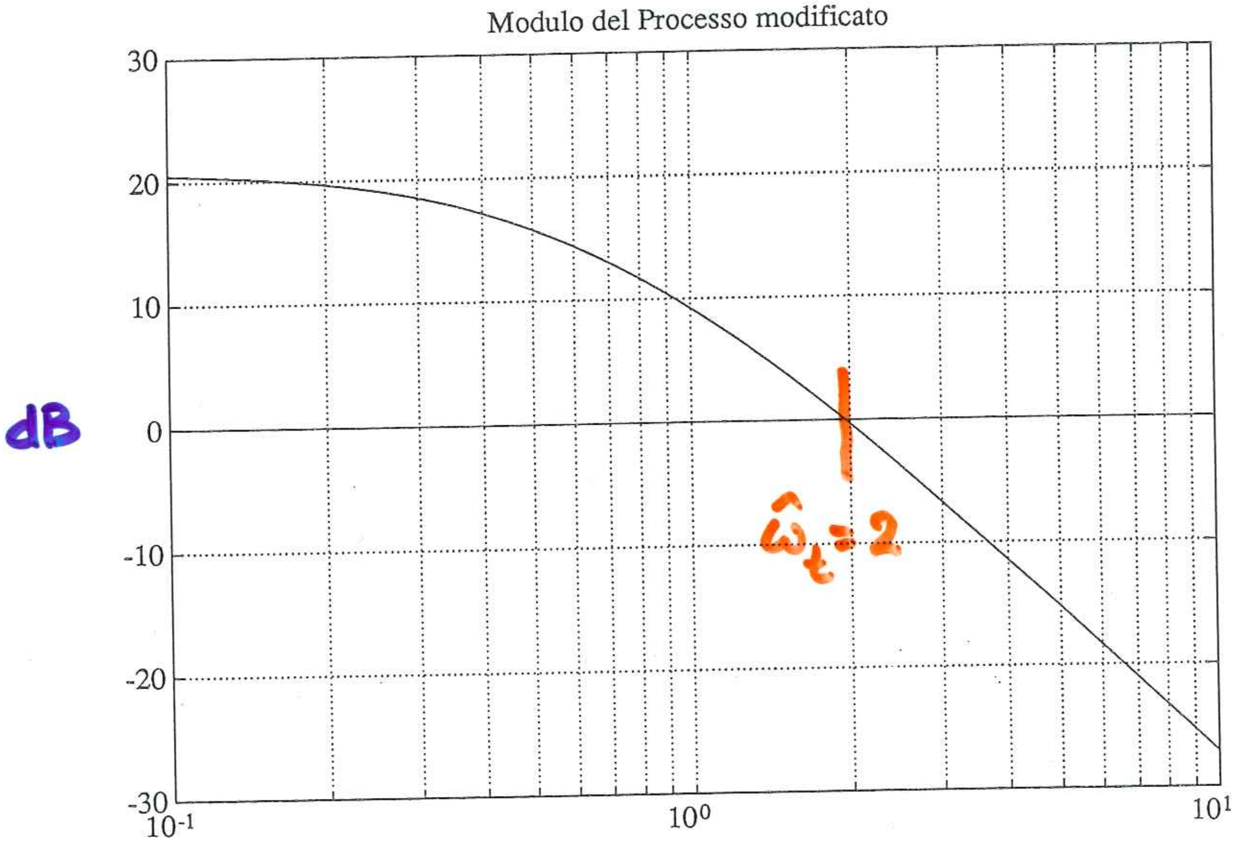
Ponendo per ora $R(s) \equiv 1$ nel controllore si ottiene il processo "modificato" con K_c ad anello aperto

$$\bar{P}(s) = \frac{22}{(5s+2)(s+1)}$$

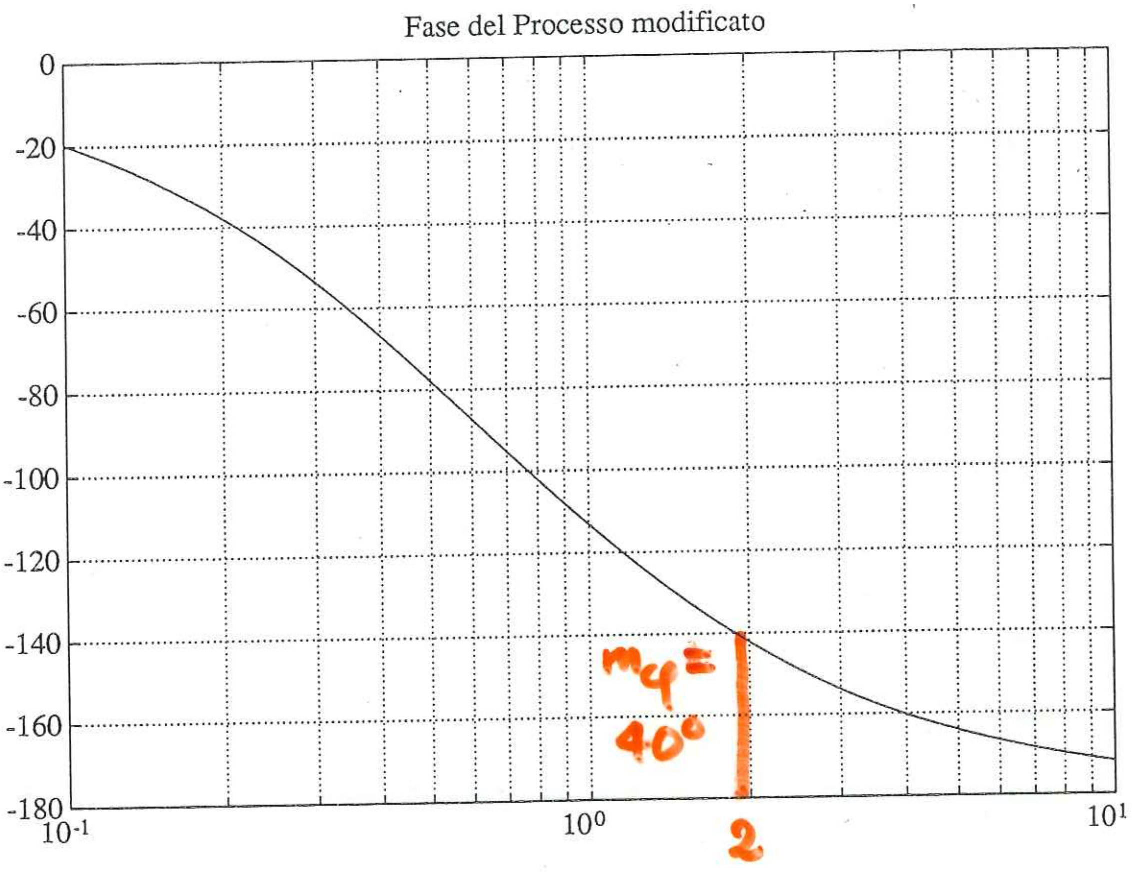
a cui corrispondono $\hat{\omega}_t \simeq 2$ rad/sec e $m_\varphi \simeq 40°$

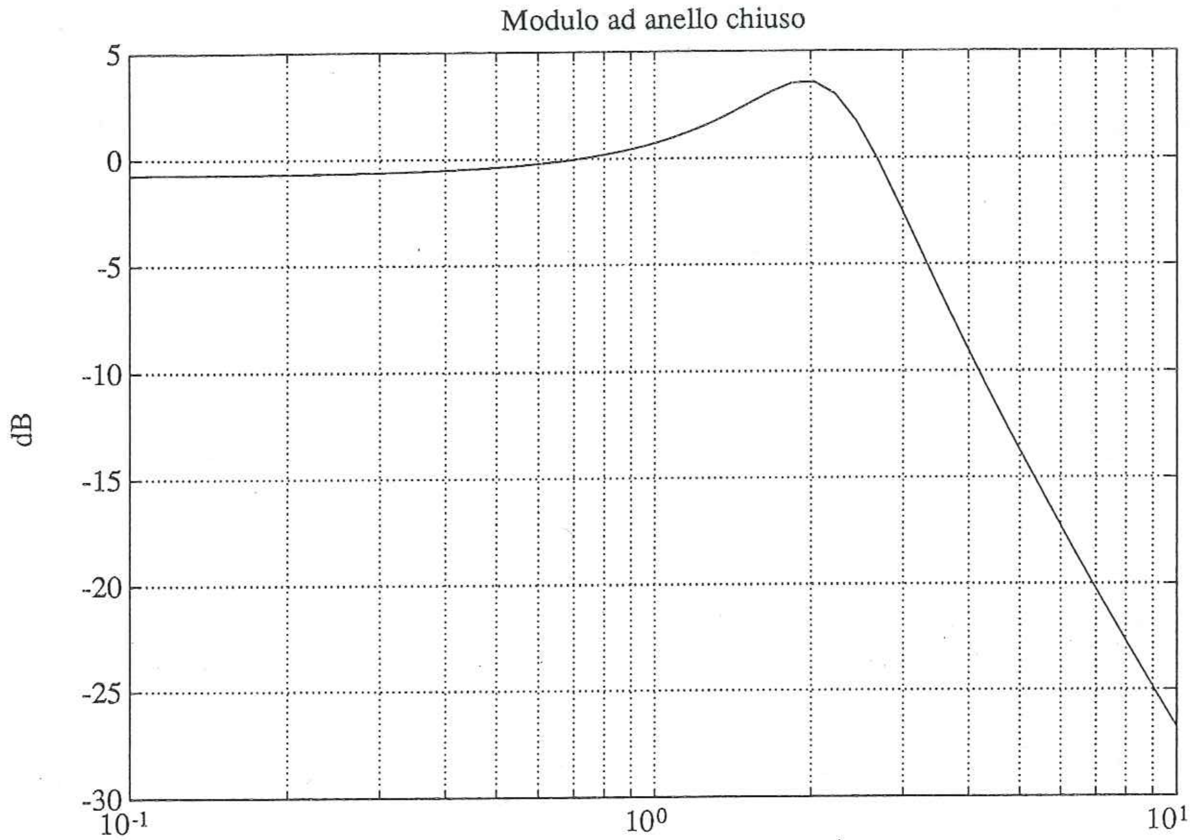
Poichè è ammissibile una diminuizione della ω_t (al di sopra di 1 rad/sec) possiamo attenuare i moduli per "pescare" un maggiore margine di fase

N.B. Un'anticipatrice aumenterebbe ulteriormente ω_t (e banda passante) con pregiudizio sui rumori ad alta frequenza

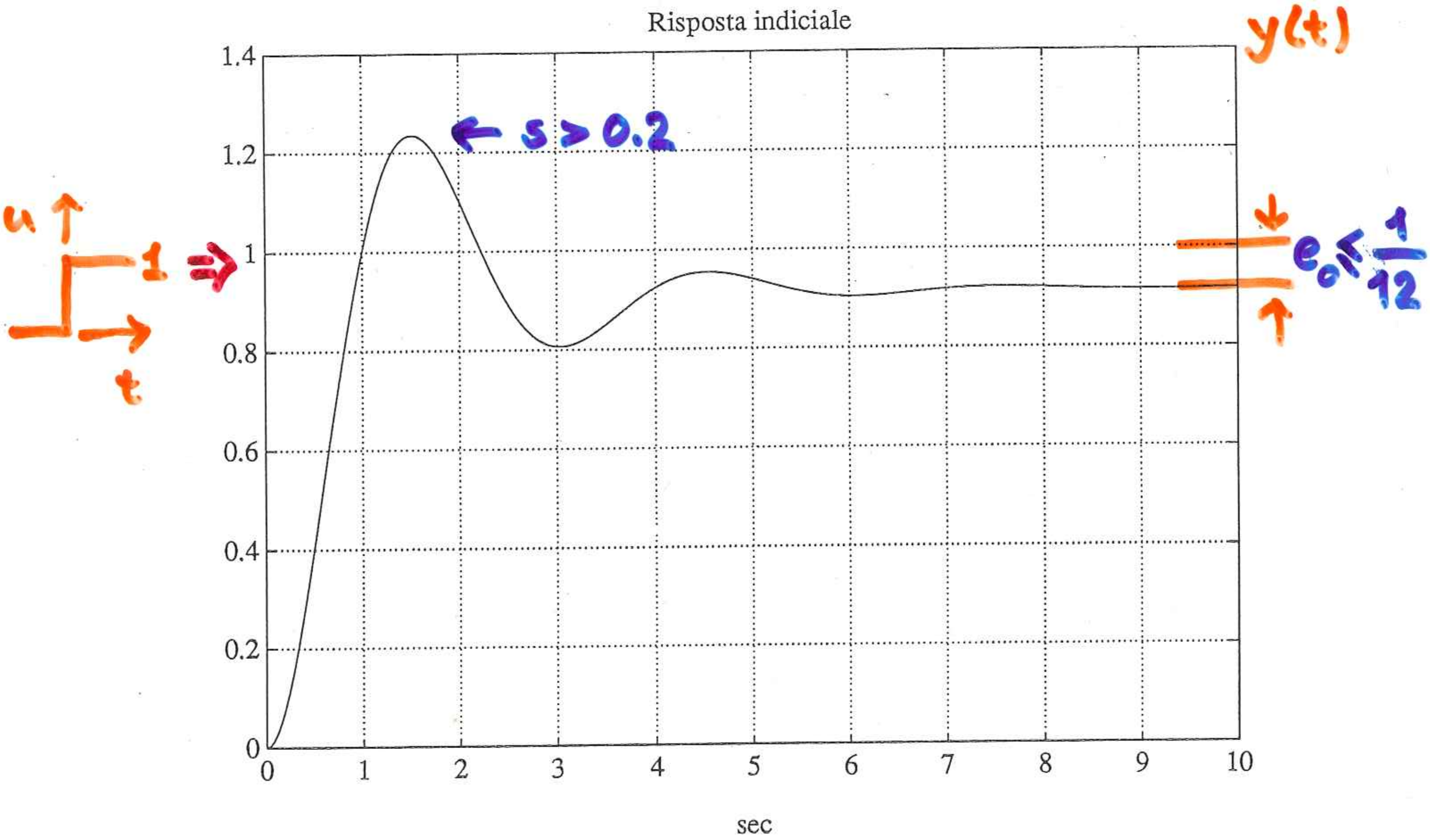


modulo e fase di $\bar{P}(j\omega)$ (catena diretta SENZA COMPENSAZIONE)





anello chiuso ($C(s) = K_c = 11$)



Procedendo "analiticamente" si trova che in $\bar{\omega} \simeq 1.45$ si hanno proprio $-130°$ (ossia $m_\varphi = 50°$) con ~ 4.1 dB da togliere con una **RETE ATTENUATRICE**

ponendo $-4.1\ dB = 20 \log_{10} \alpha \Rightarrow \boxed{m \cong 1.6} \left(= \frac{1}{\alpha}\right)$

e da $\frac{m}{\tau} \ll \bar{\omega}$ (una decade) $\Rightarrow \boxed{\tau = 9}$

che fornisce

$$R_1(s) = \frac{1 + 5.625 s}{1 + 9s}$$

da cui

$$\bar{P}(s) \cdot R_1(s) \longrightarrow \omega_t \simeq 1.45,\ m_\varphi \simeq 47°$$

$\sim$

Questo primo tentativo può essere corretto lavorando sui grafici dell'attenuatrice. Ritraendo la pulsazione di taglio fino a $\omega = 1$ si richiede un'attenuazione di 9 dB forniti da

$\boxed{m = 3}$ utilizzata "un po' a destra" per es. $\omega\tau = 9$

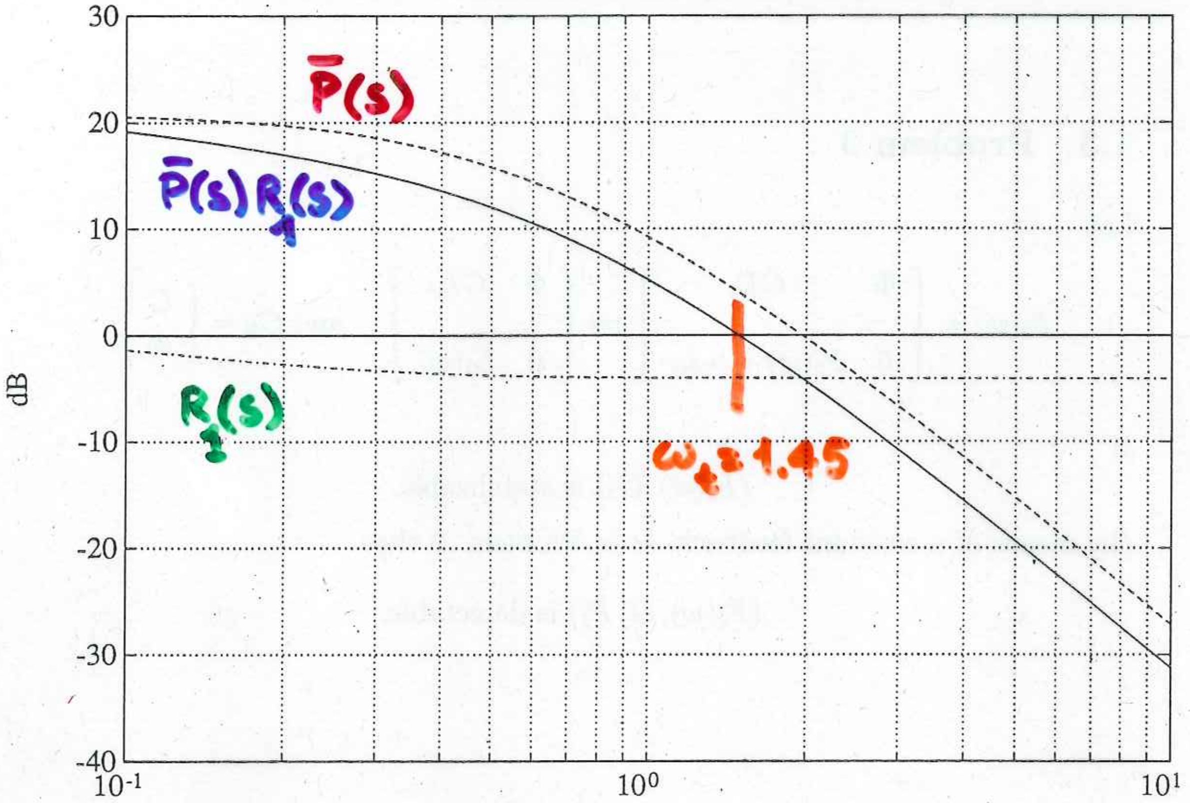
che centrata su $\omega = 1$ da' $\boxed{\tau = 9}$

ossia

$$\boxed{C(s) = K_c \cdot R(s) = 11 \cdot \frac{1 + 3s}{1 + 9s}}$$

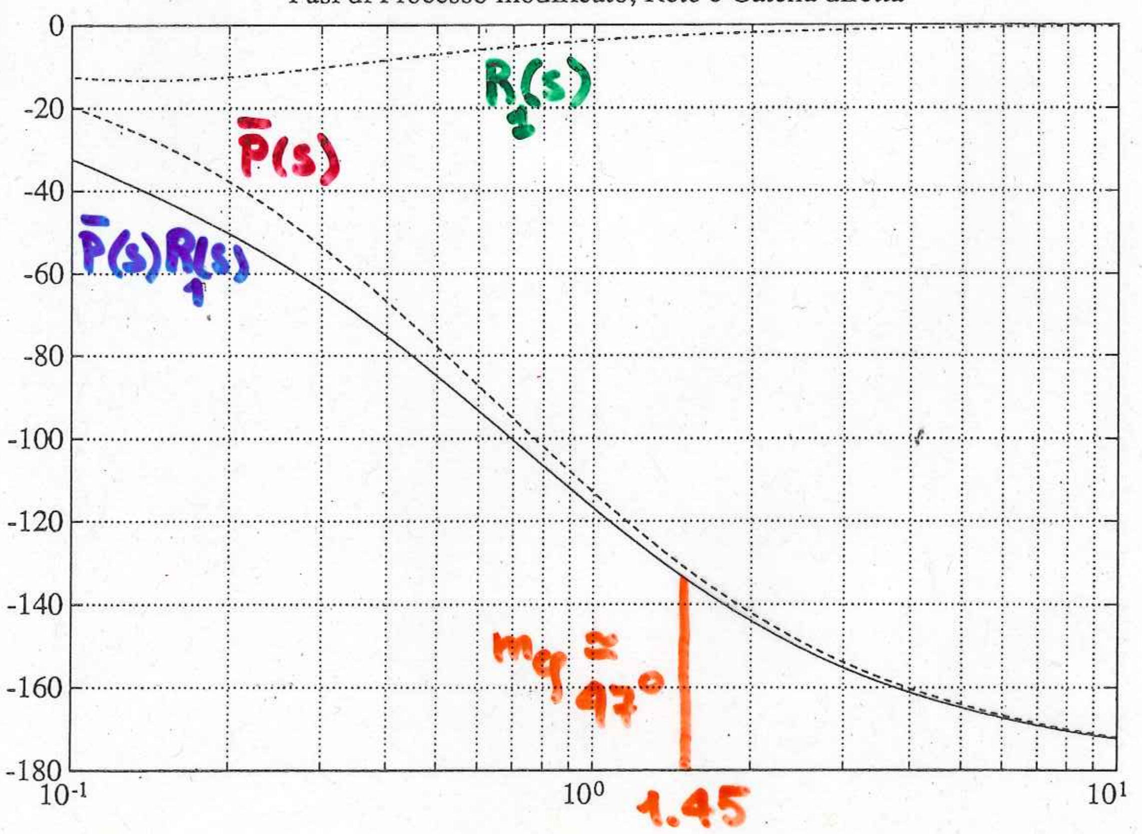
da cui $\omega_t \simeq 1$ rad/sec e $m_\varphi \simeq 54°$

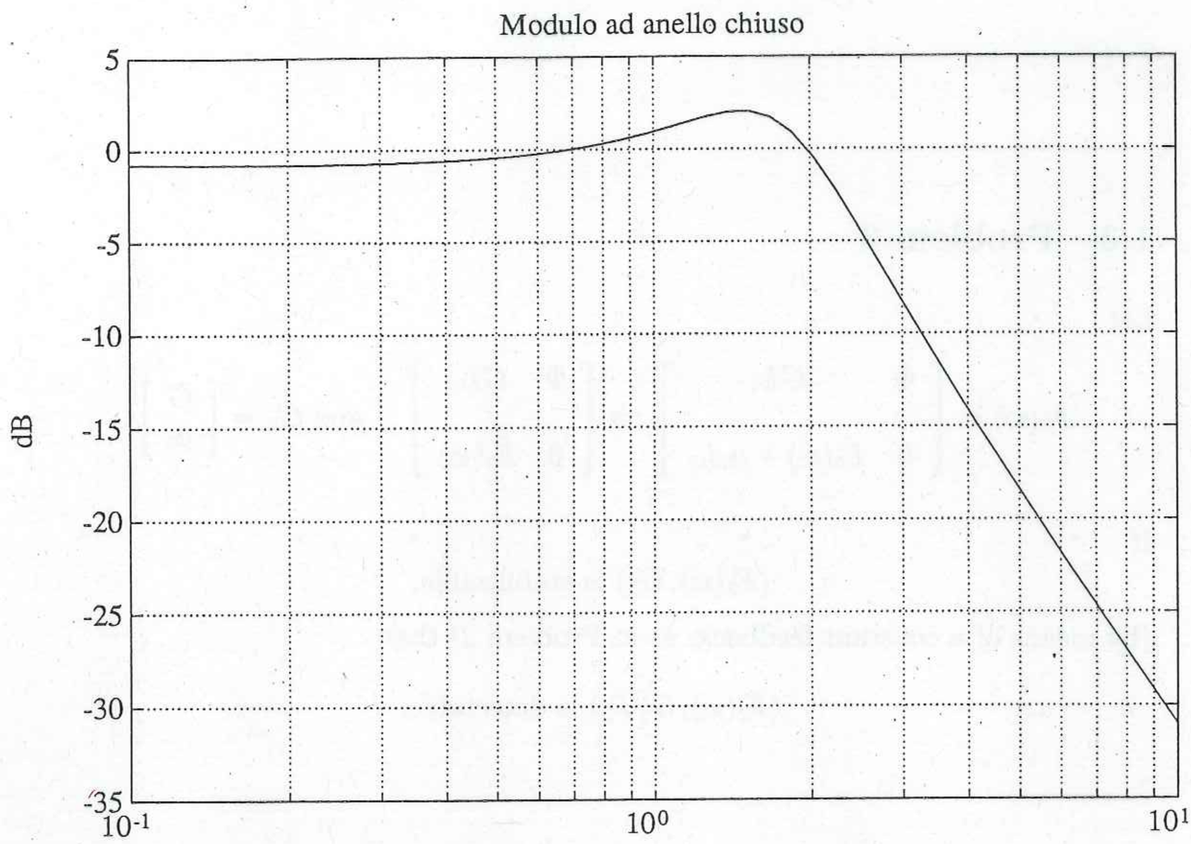
Moduli di Processo modificato, Rete e Catena diretta



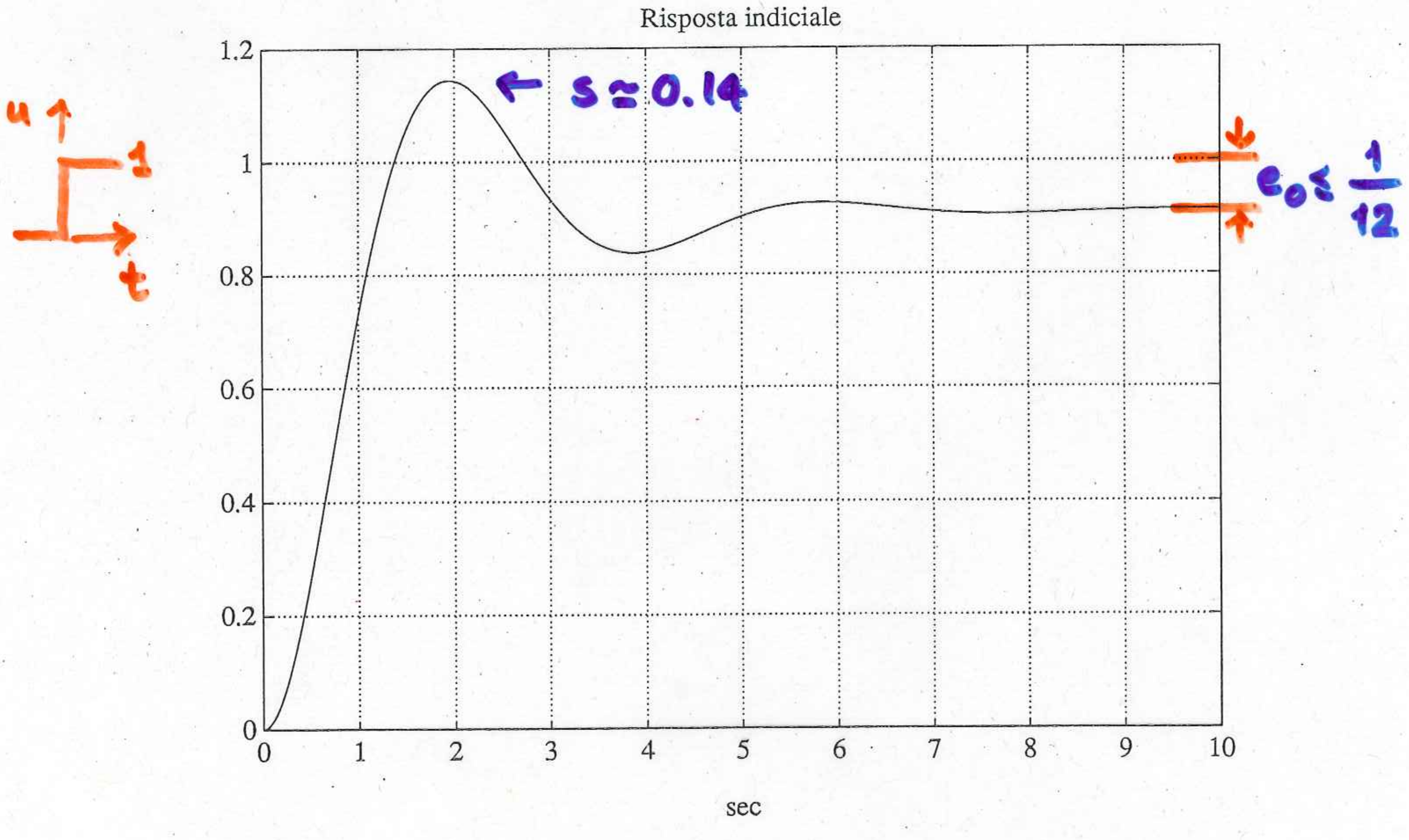
modulo e fase ad anello aperto [$R_1(s)$ ATTENUATRICE con $m=1.6$, $\tau=9$]

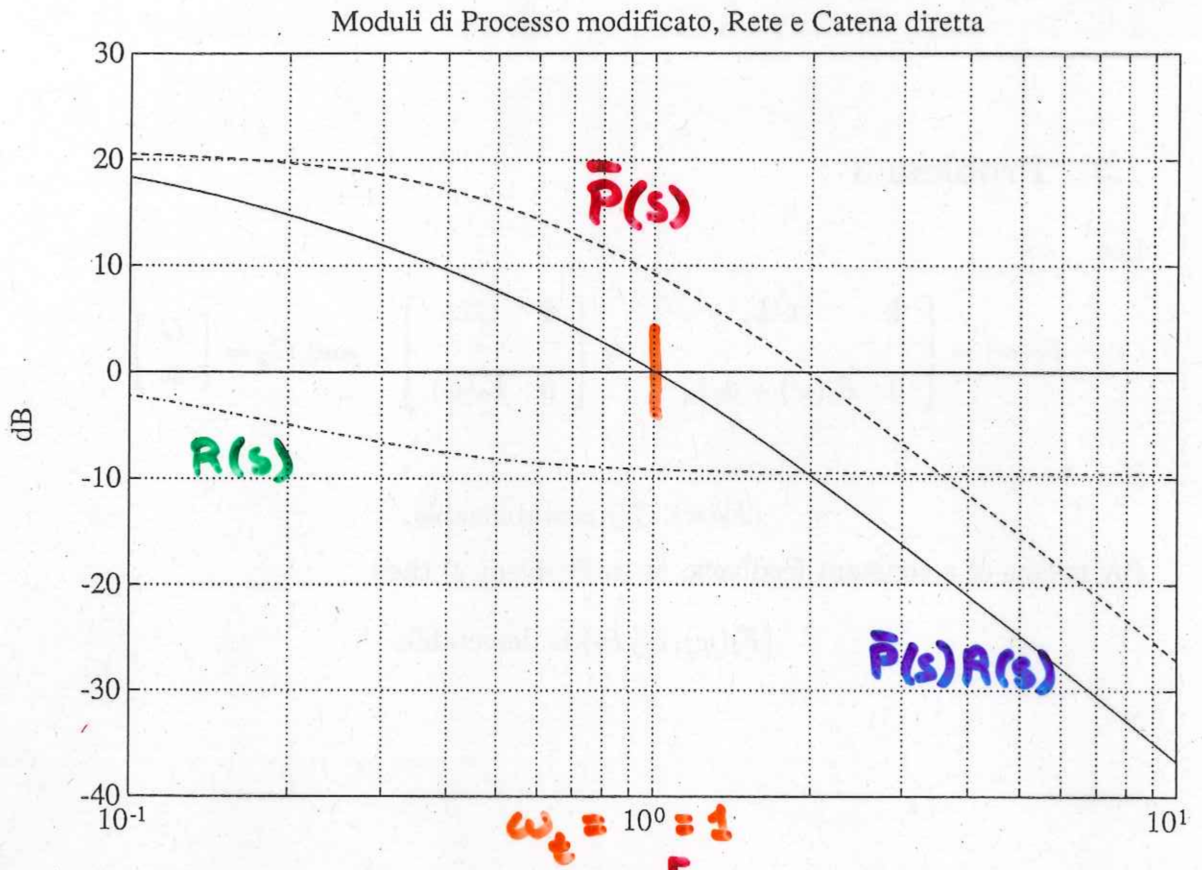
Fasi di Processo modificato, Rete e Catena diretta



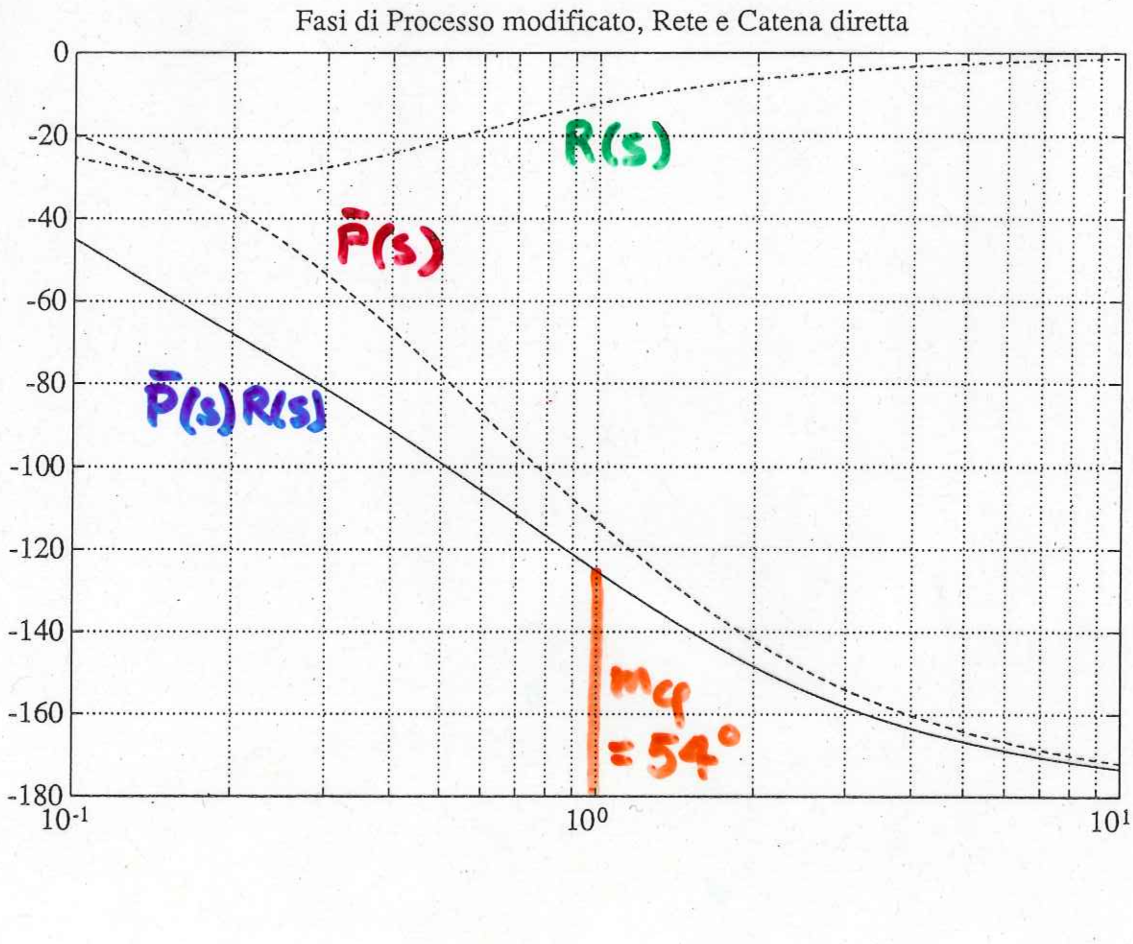


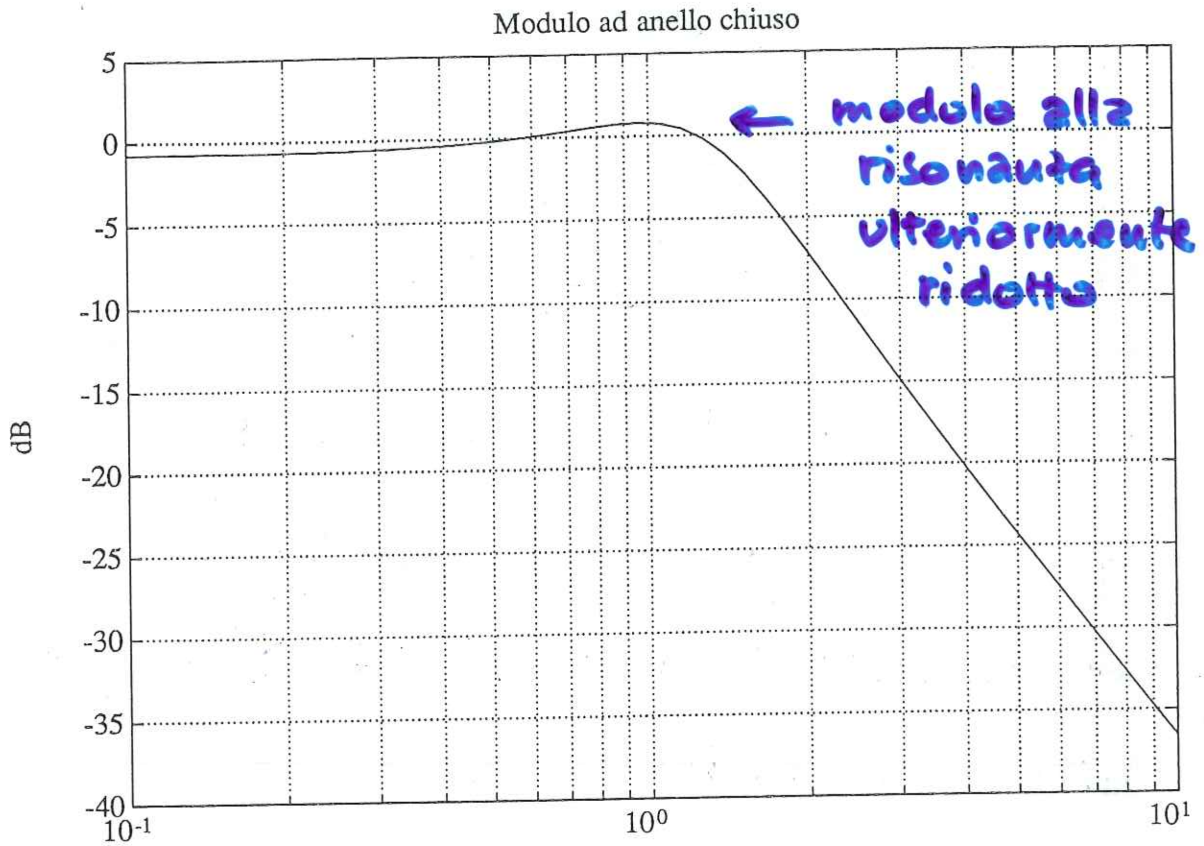
anello chiuso $\left(C(s) = 11 \cdot \dfrac{1+5.625\,s}{1+9\,s} \right)$



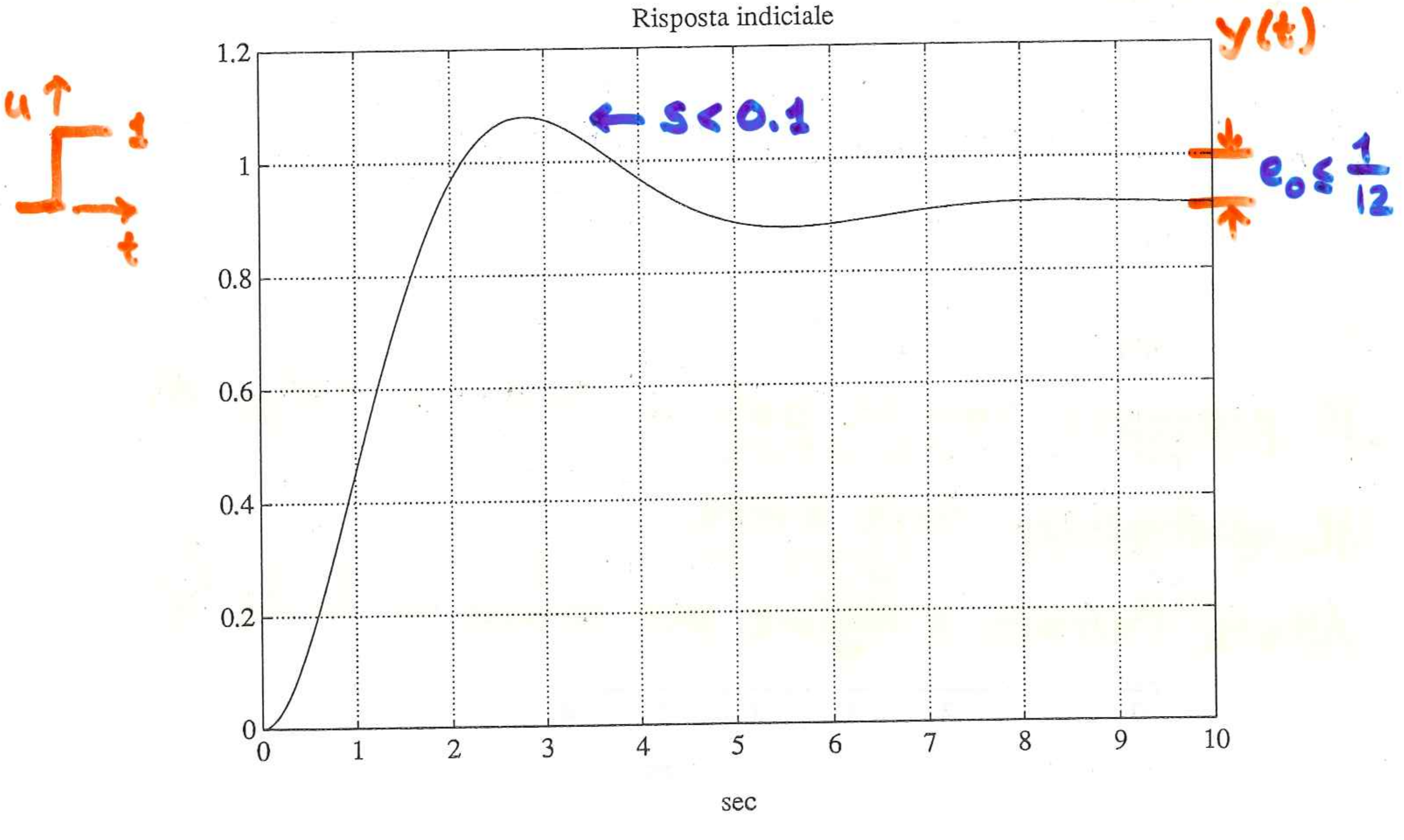


modulo e fase ad anello aperto [R(s) ATTENUATRICE con $m = 3$, $\tau = 9$]





anello chiuso $\left(C(s) = 11 \cdot \frac{1+3s}{1+9s} \right)$



```
% Sintesi per tentativi mediante reti di correzione,
% guadagno e aggiunta di poli nell'origine
%
% Utilizzare in congiunzione con SintesiGrafici
% A. De Luca

clc
clear all

% numeratore e denominatore processo anello aperto P

numP=2;
denP=conv([1 1],[5 2]);

% guadagno in controreazione

K_H=1;
K_d=1/K_H;

% limiti della scala logaritmica delle frequenze

oml=-1;
omr=1;

% tempi di simulazione della risposta indiciale

tsamp=0.01;
tfin=10;

% SINTESI DEL CONTROLLORE

% 1. Soddisfacimento specifiche a regime

h=0;            % numero di integratori aggiunti
K_c=11;         % guadagno del controllore

% 2. Soddisfacimento specifiche sul transitorio
%
% N.B. per replicare le reti usare convoluzione semplice
%      per eliminare le reti porre num=den=1 (scommentare %)

% rete di correzione anticipatrice

% m_ant=14;
% tau_ant=5/7;
% numRant=[tau_ant 1];
% denRant=[tau_ant/m_ant 1];

numRant=1;
denRant=1;

% rete di correzione attenuatrice

m_att=3;  %1.6;
tau_att=9;  %9;
numRatt=[tau_att/m_att 1];
denRatt=[tau_att 1];

% numRatt=1;
% denRatt=1;

% rete complessiva

numR=conv(numRant,numRatt);
denR=conv(denRant,denRatt);

% correzione della catena diretta

numPc=K_c*numP;
denPc=denP;
if h>0
  denPc=[denP zeros(1,h)];
end;
```

```
numF=conv(numPc,numR);
denF=conv(denPc,denR);

% numeratore e denominatore funzione closed-loop
% con controreazione costante del trasduttore
%
%     W(s) = numF(s)/(denF(s)+K_H*numF(s))

numW=numF;
excpz=length(denF)-length(numF);
if excpz>0
  appnumF=[zeros(1,excpz) numF];
else
  appnumF=numF;
end;
denW=K_H*appnumF+denF;

% diagrammi di Bode

om=logspace(oml,omr);

[magPc,phasePc]=bode(numPc,denPc,om);
[magR,phaseR]=bode(numR,denR,om);
[magF,phaseF]=bode(numF,denF,om);
[magW,phaseW]=bode(numW,denW,om);

% risposta indiciale

t=[0:tsamp:tfin];
y=K_d*step(numW,denW,t);

% margini

[gm,pm,wgm,wcp]=margin(magF,phaseF,om);

disp(['margine di fase = ',num2str(pm)])
disp(['pulsazione di attraversamento = ',num2str(wcp)])

% end
```

```
% Grafici della sintesi per tentativi
%
% Utilizzare in uscita a SintesiPgm
% A. De Luca

clf;

rmdB=zeros(length(om));
semilogx(om,20*log10(magPc),om,rmdB,'-');
title('Modulo del Processo modificato');
xlabel('rad/sec');ylabel('dB');
grid;
pause;

rmf=-180*ones(length(om));
semilogx(om,phasePc,om,rmf,'-');
title('Fase del Processo modificato');
xlabel('rad/sec');ylabel('deg');
grid;
pause;

semilogx(om,20*log10(magPc),om,20*log10(magF),om,20*log10(magR),'-.',...
om,rmdB,'-');
title('Moduli di Processo modificato, Catena diretta e Rete correttrice');
xlabel(['pulsazione di attraversamento = ',num2str(wcp)])
ylabel('dB');
grid;
pause;

rmf=-180*ones(length(om));
semilogx(om,phasePc,om,phaseF,om,phaseR,'-.',om,rmf,'-');
title('Fasi di Processo modificato, Catena diretta e Rete correttrice');
xlabel(['margine di fase = ',num2str(pm)]);
ylabel('deg');
grid;
pause;

semilogx(om,20*log10(magW));
title(['Modulo ad anello chiuso']);
xlabel('rad/sec');ylabel('dB');
grid;
pause;

ngrid('new');
nichols(numF,denF);
title(['Diagramma di Nichols']);
pause;
hold off;

plot(t,y);
xlabel('sec');ylabel('uscita');
title(['Risposta indiciale']);
grid;
```

Esercizio # 2

Per il processo descritto da

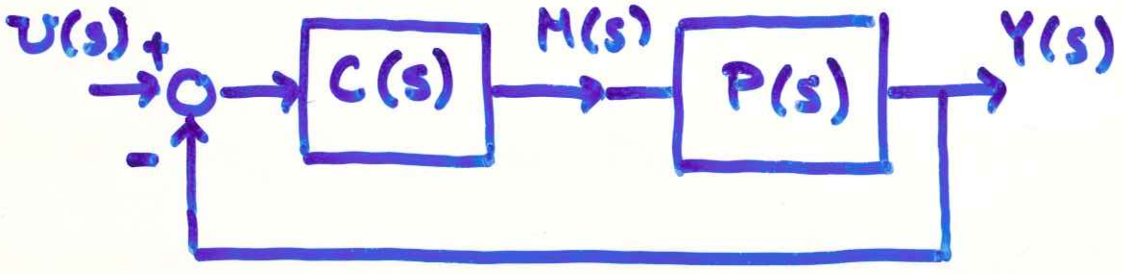
$$P(s) = \frac{100\,(s+1)}{(s+5)\,(s^2+12s+20)}$$

determinare il controllore in modo che

- l'errore a regime per rampa unitaria sia $e_1 \leq 0.04$
- la pulsazione di attraversamento sia $\omega_t \geq 4 \ \frac{rad}{sec}$
- il margine di fase sia $m_\varphi \geq 50°$

Soluzione

Lo schema di riferimento è



Il processo non ha poli nell'origine (tipo 0)

Il controllore deve avere $h = 1$ polo nell'origine

Allora l'errore a regime per rampa unitaria è

$$e_1 = \frac{K_d^2}{K} = \frac{K_d^2}{K_c K_p} \leq \frac{1}{25} \,, \quad K_p = K_d = 1 \Rightarrow K_c \geq 25$$

Il controllore della forma generale

$$C(s) = \frac{K_c}{s^h} \cdot R(s)$$

guadagno = 1, senza poli in $s=0$

ponendo per ora $R(s) = 1$ diventa

$$\bar{C}(s) = \frac{25}{s}$$

ed il processo "modificato" con $\bar{C}(s)$ diventa

$$\bar{P}(s) = \frac{2500\,(s+1)}{s\,(s+5)\,(s^2+12s+20)}$$

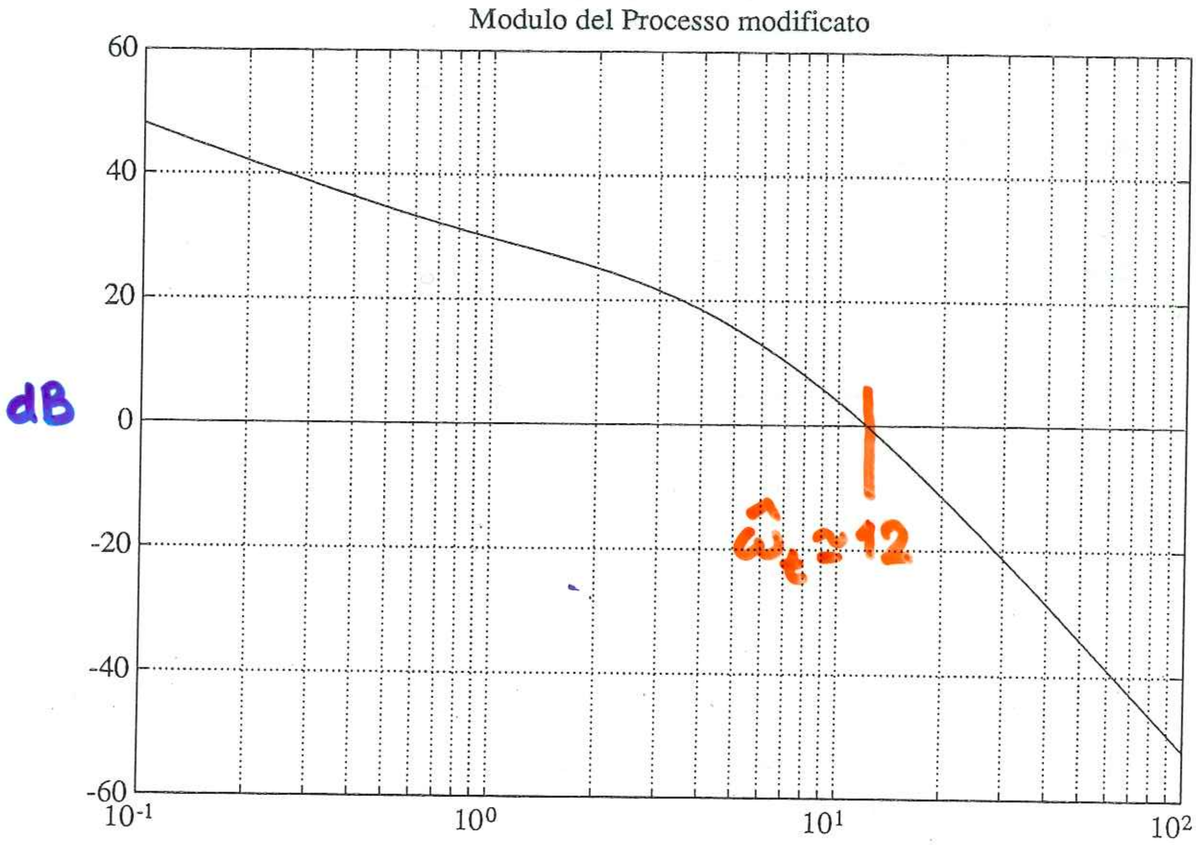
poli reali in $-2, -10$

da utilizzare come "base" per la sintesi di $R(s)$

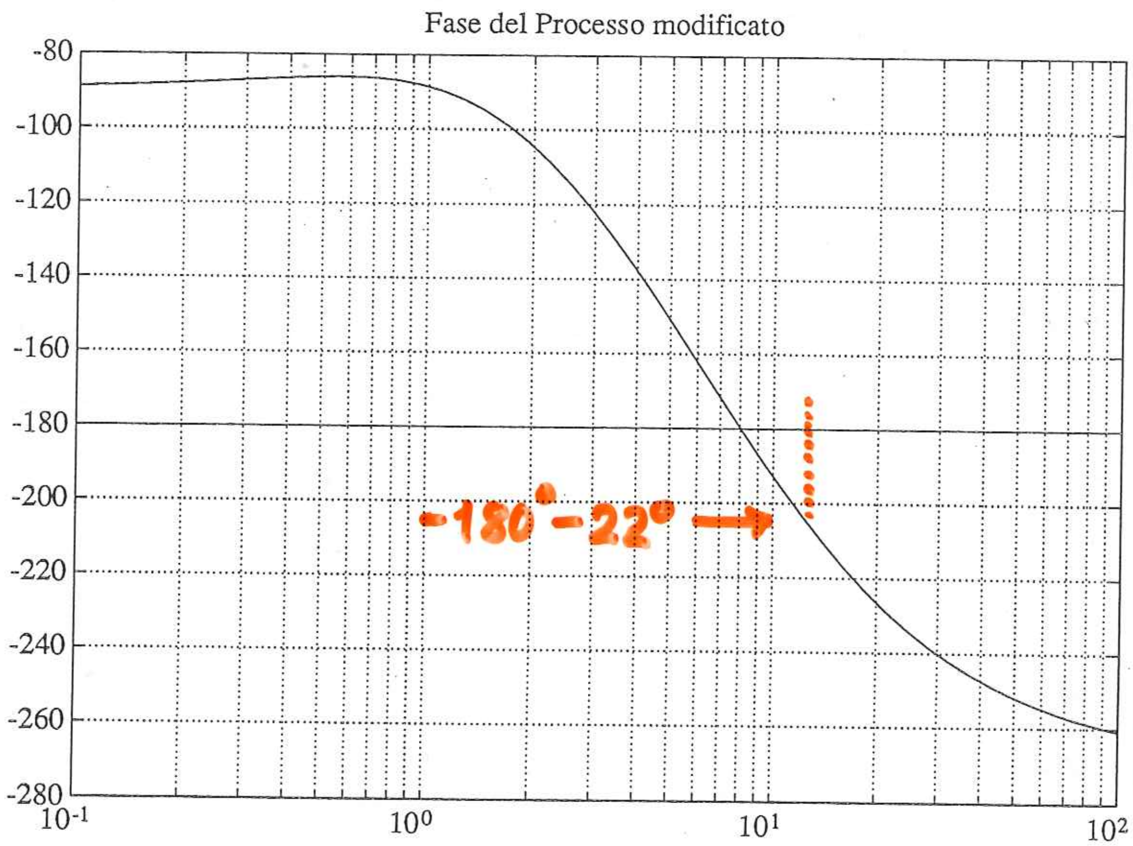
~

Poichè $\hat{\omega}_t \cong 12$ per $\bar{P}(j\omega)$ possiamo ridurre la pulsazione di attraversamento (fino al minimo di 4) cercando la frequenza con il massimo margine di fase. In $\omega=4$ si ha $\varphi \cong -138°$ con $m_\varphi = 42°$

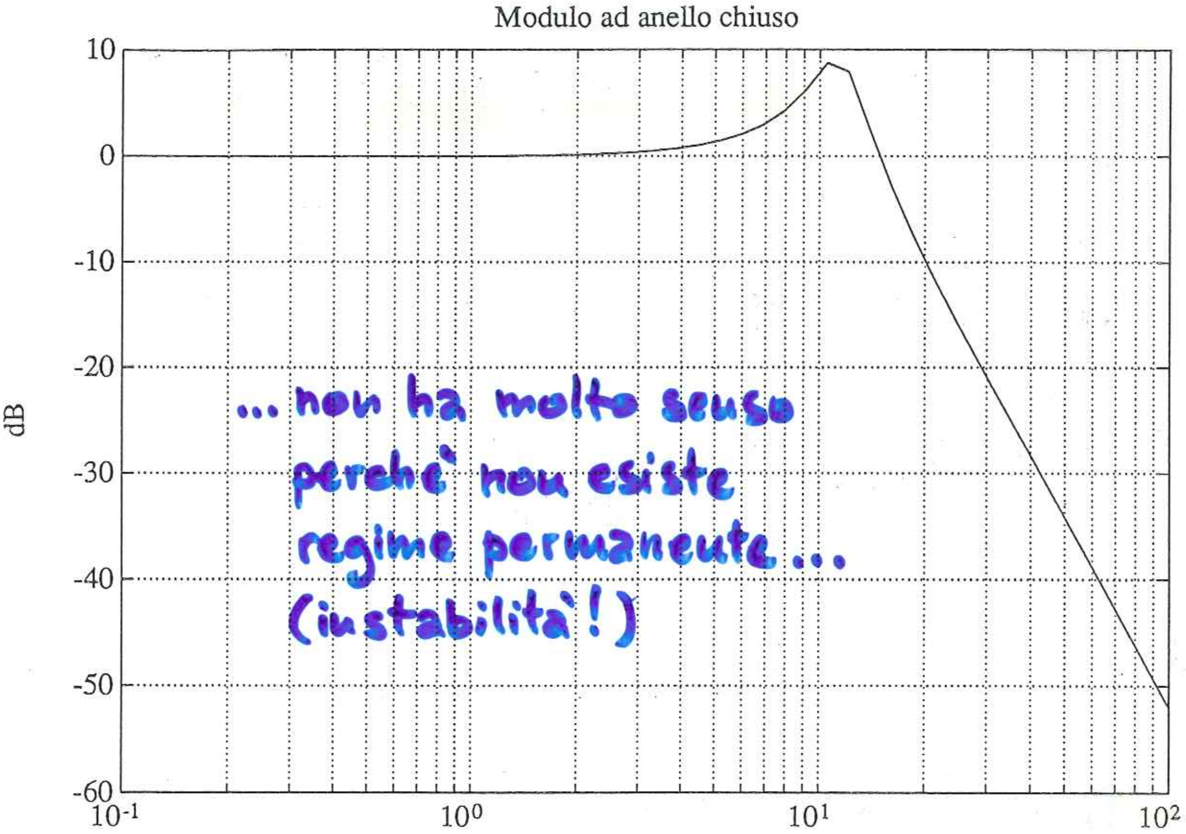
Occorre una RETE ATTENUATRICE per ridurre ω_t, ma già sappiamo che non basterà



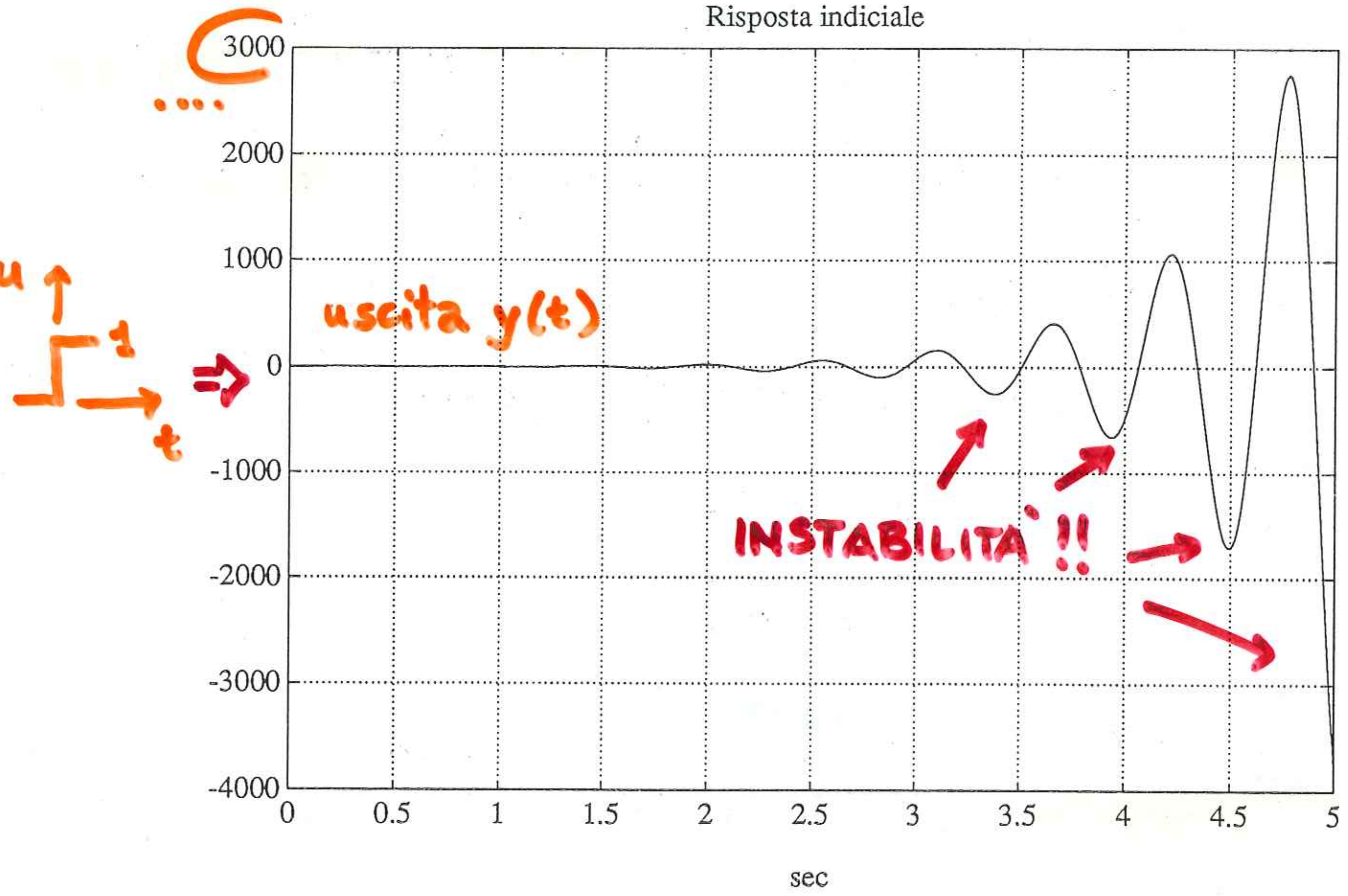
modulo e fase di $\bar{P}(j\omega)$ (catena diretta SENZA COMPENSAZIONE)



INSTABILE ad ANELLO CHIUSO



anello chiuso $\left(C(s) = \frac{25}{s} \right)$



Poiché $|\bar{P}(j4)| \cong 18\ dB$ attenuo con una rete

$\boxed{m = 8}$ utilizzata nella parte "molto a destra"

ad es. $\omega\tau \cong 300$ ...

... centrata su $\omega = 4$ fornisce $\sim$ $\boxed{\tau = 72}$ e

$$R(s) = R_{att}(s) = \frac{1+9s}{1+72s}$$

da cui

$$\bar{P}(s) \cdot R_{att}(s) \rightarrow \omega_t \simeq 4 \ , \ m_\varphi \simeq 40^\circ$$

$\sim$

Per completare la sintesi basta una modesta RETE ANTICIPATRICE che recuperi 10° (o più) intorno ad $\omega = 4$ (o poco più, ma NON meno). Si usa

$\boxed{m = 3}$ utilizzata per $\omega\tau = 0.6$

centrata in $\omega = 4$ fornisce $\boxed{\tau = 0.15}$

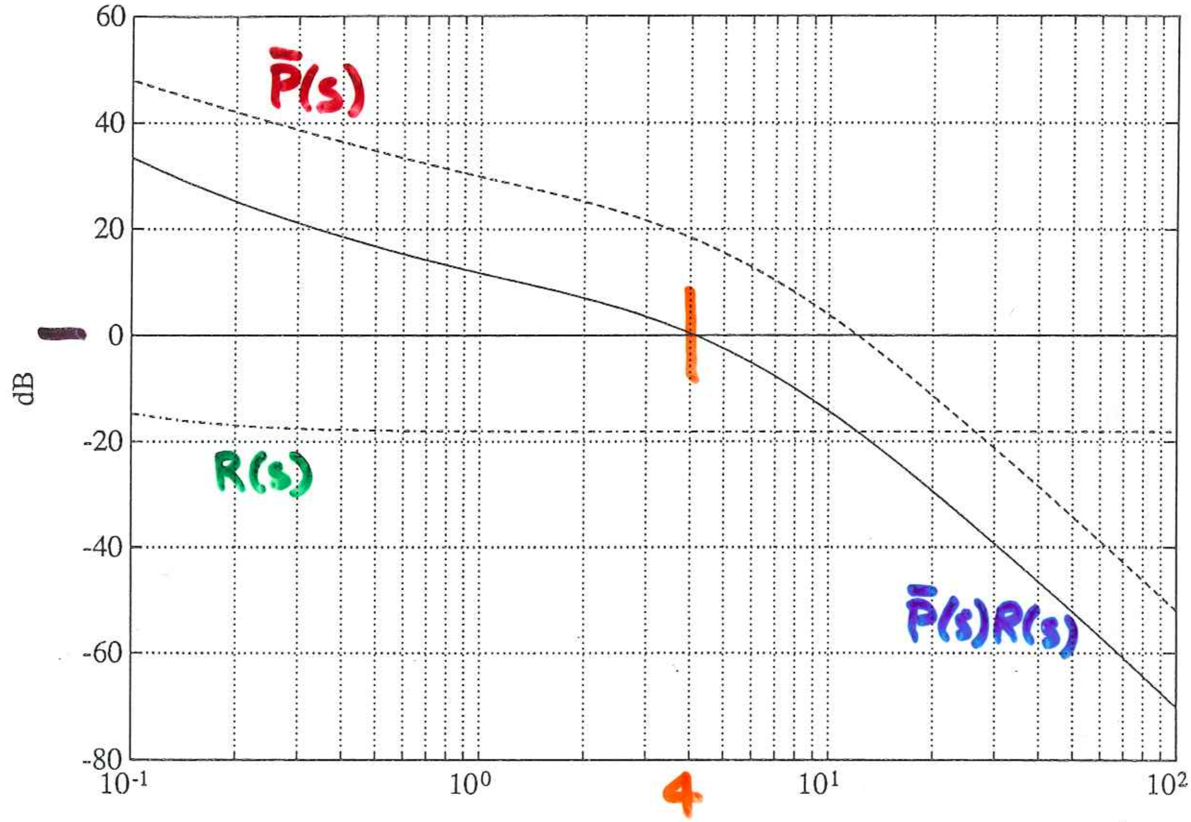
ossia $$R_{ant}(s) = \frac{1+0.15s}{1+0.05s}$$

$\sim$

Complessivamente $$\boxed{C(s) = \frac{25}{s} \cdot \frac{1+9s}{1+72s} \cdot \frac{1+0.15s}{1+0.05s}}$$

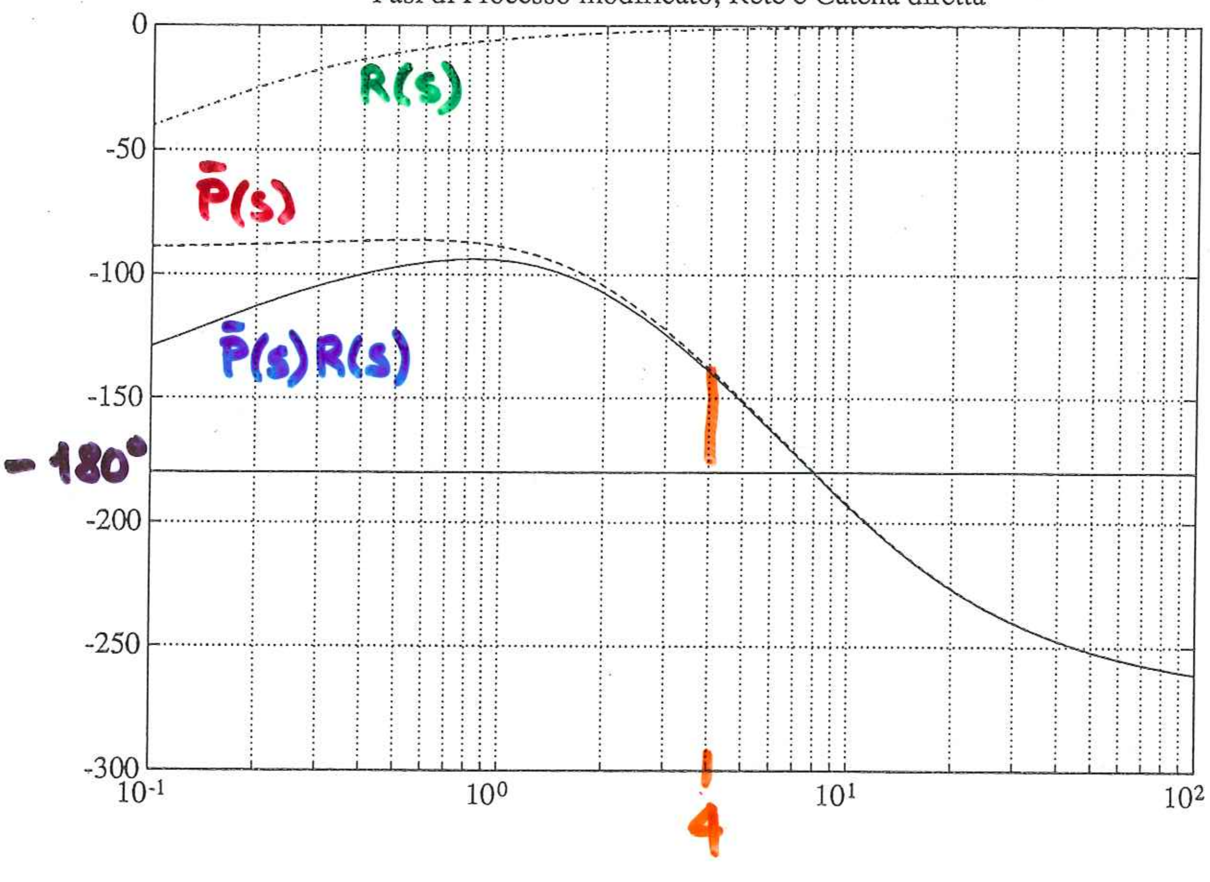
fornisce $\omega_t \cong 4.65$ rad/sec con $m_\varphi \simeq 54^\circ$

Moduli di Processo modificato, Rete e Catena diretta

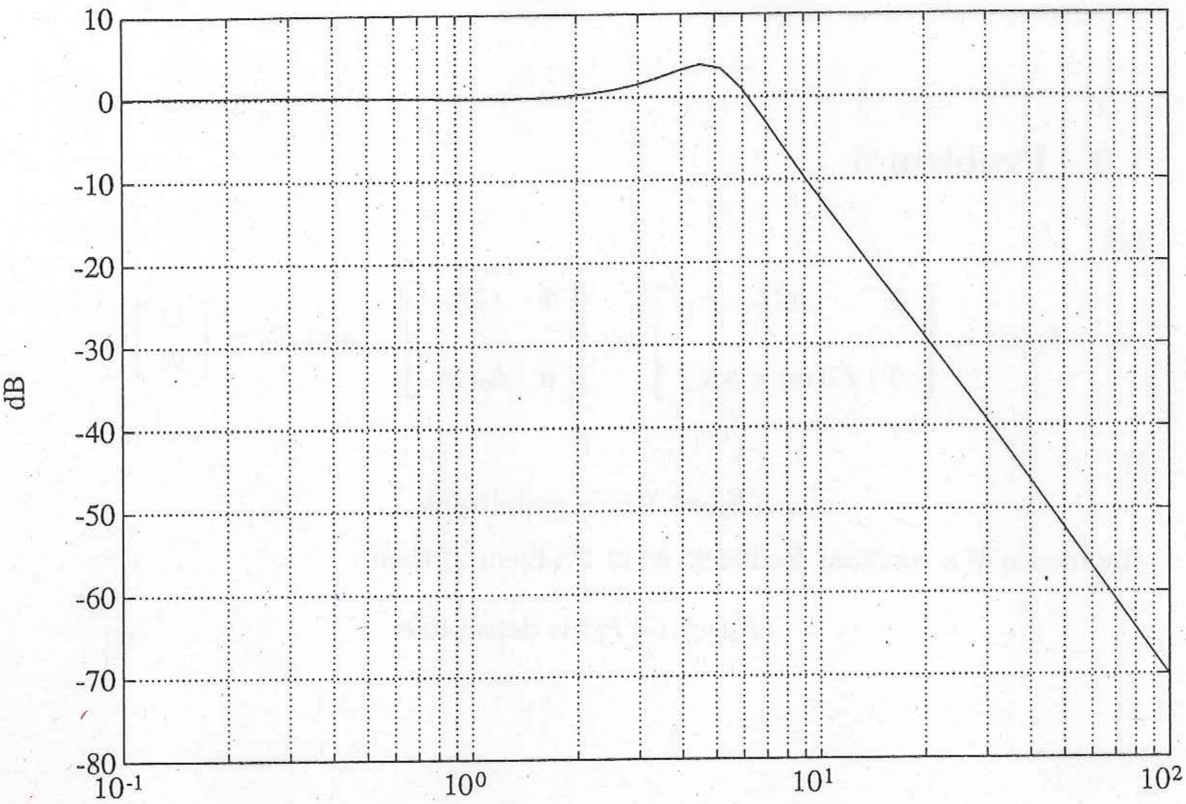


modulo e fase ad anello aperto [R(s) ATTENUATRICE con m=8, τ=72]

Fasi di Processo modificato, Rete e Catena diretta

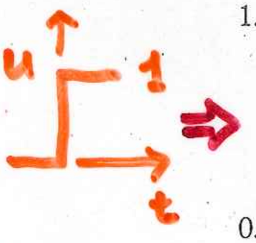


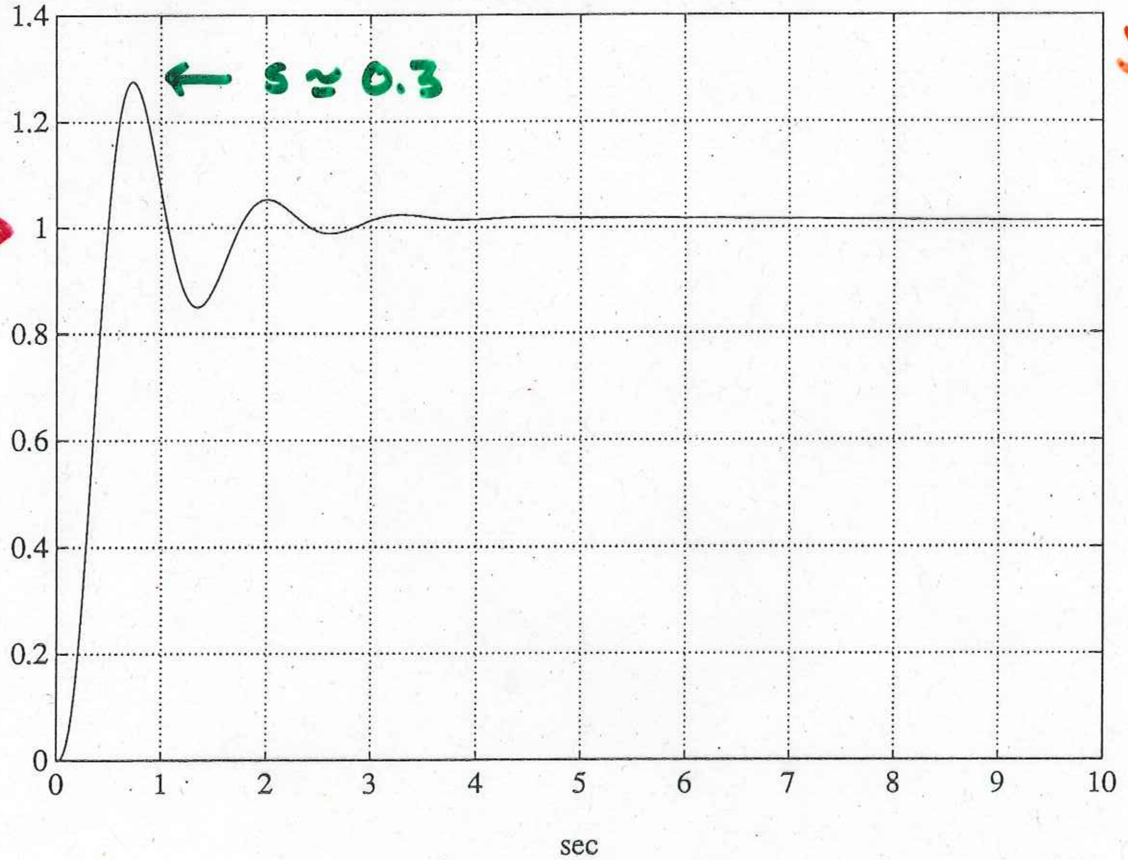
Modulo ad anello chiuso



anello chiuso $\left(C(s) = \frac{25}{s} \cdot \frac{1+9s}{1+72s} \right)$

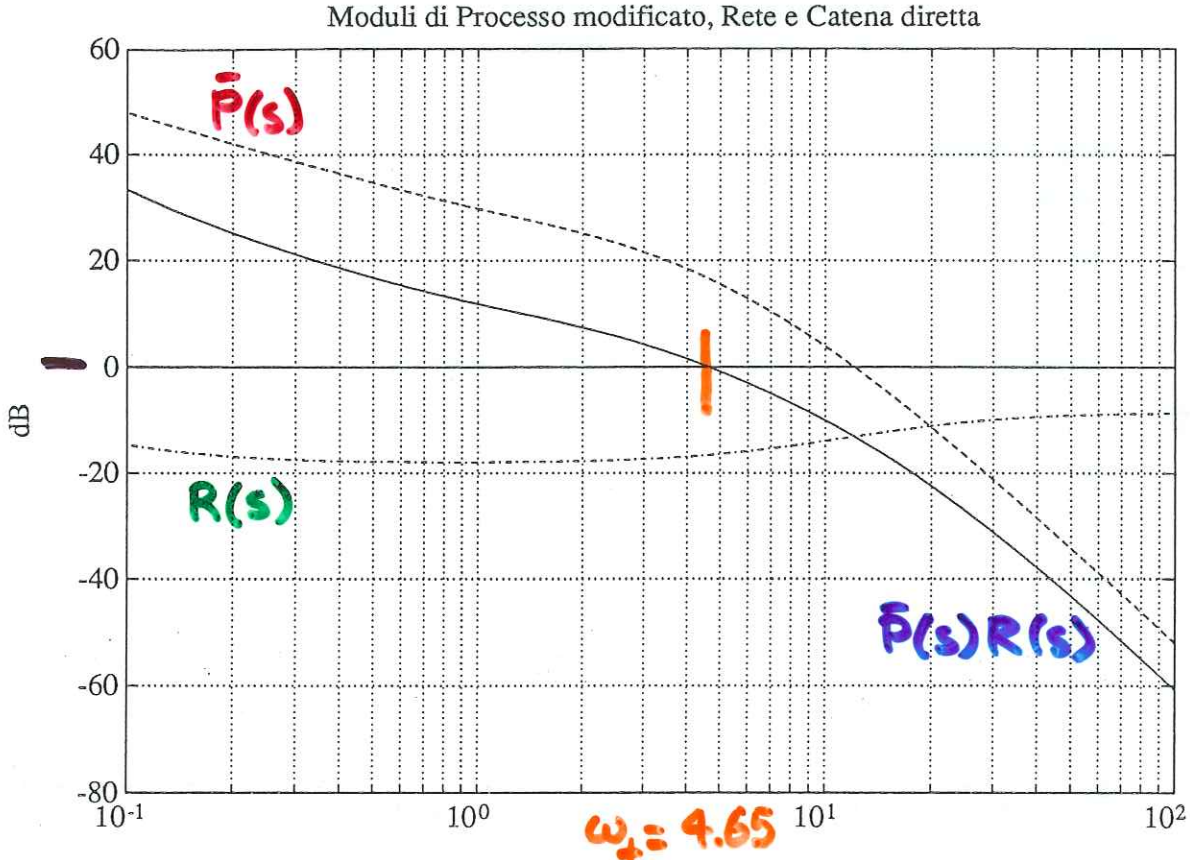
Risposta indiciale





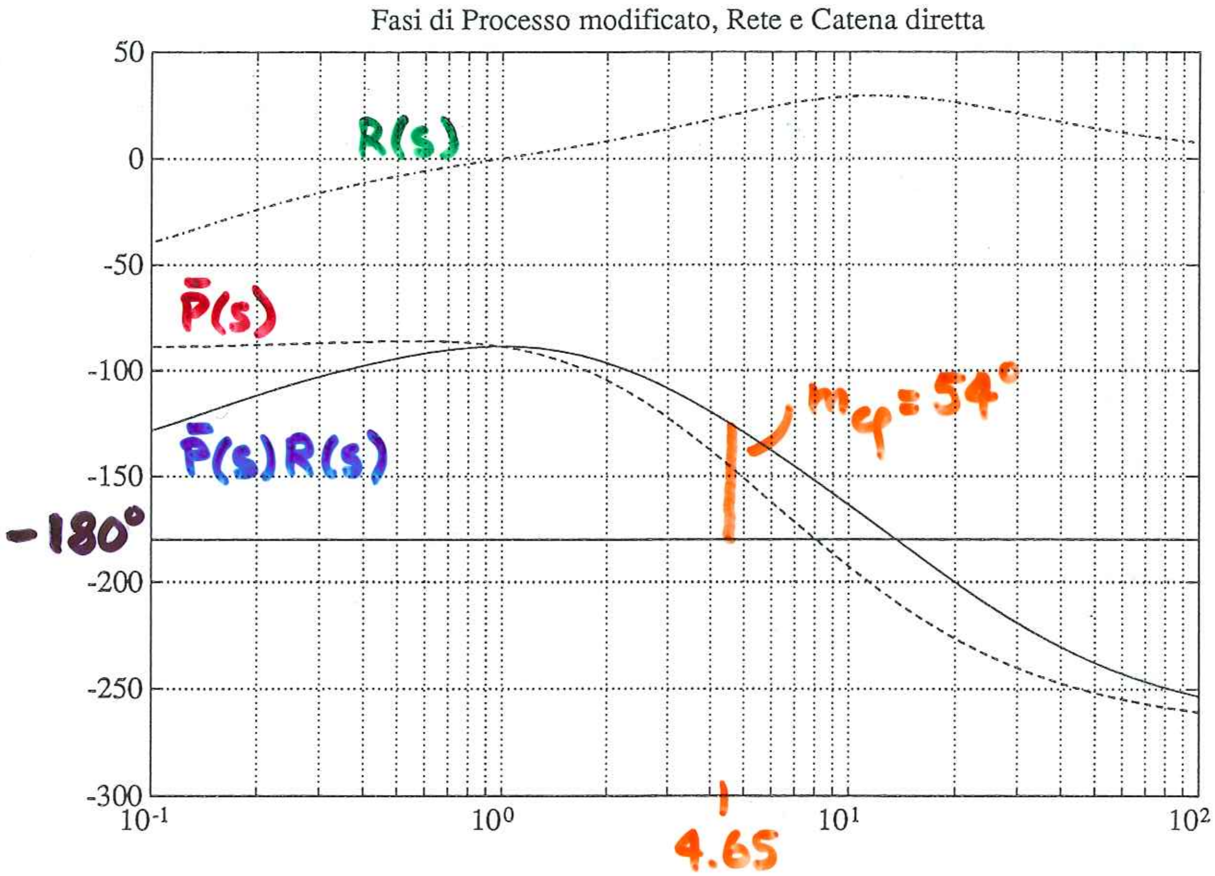
$\leftarrow s \simeq 0.3$

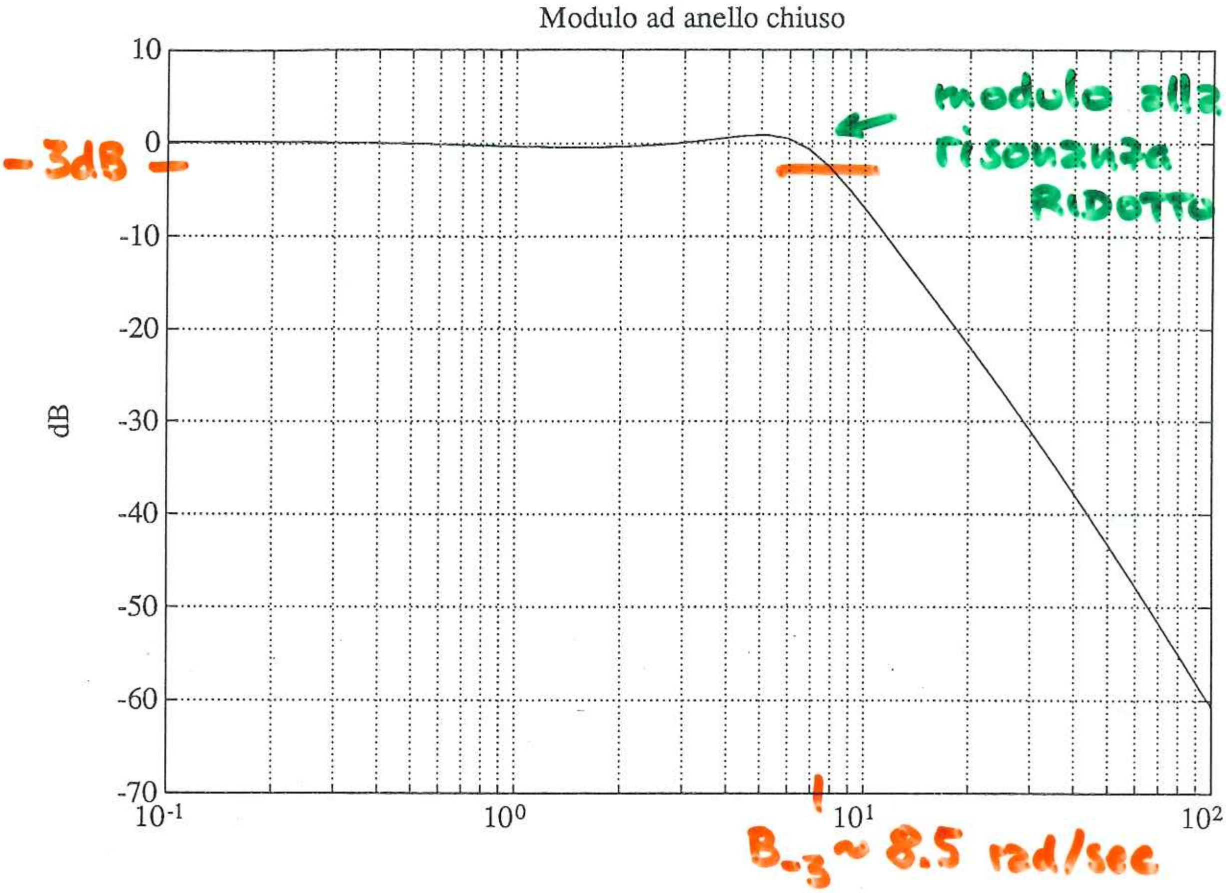
$y(t)$



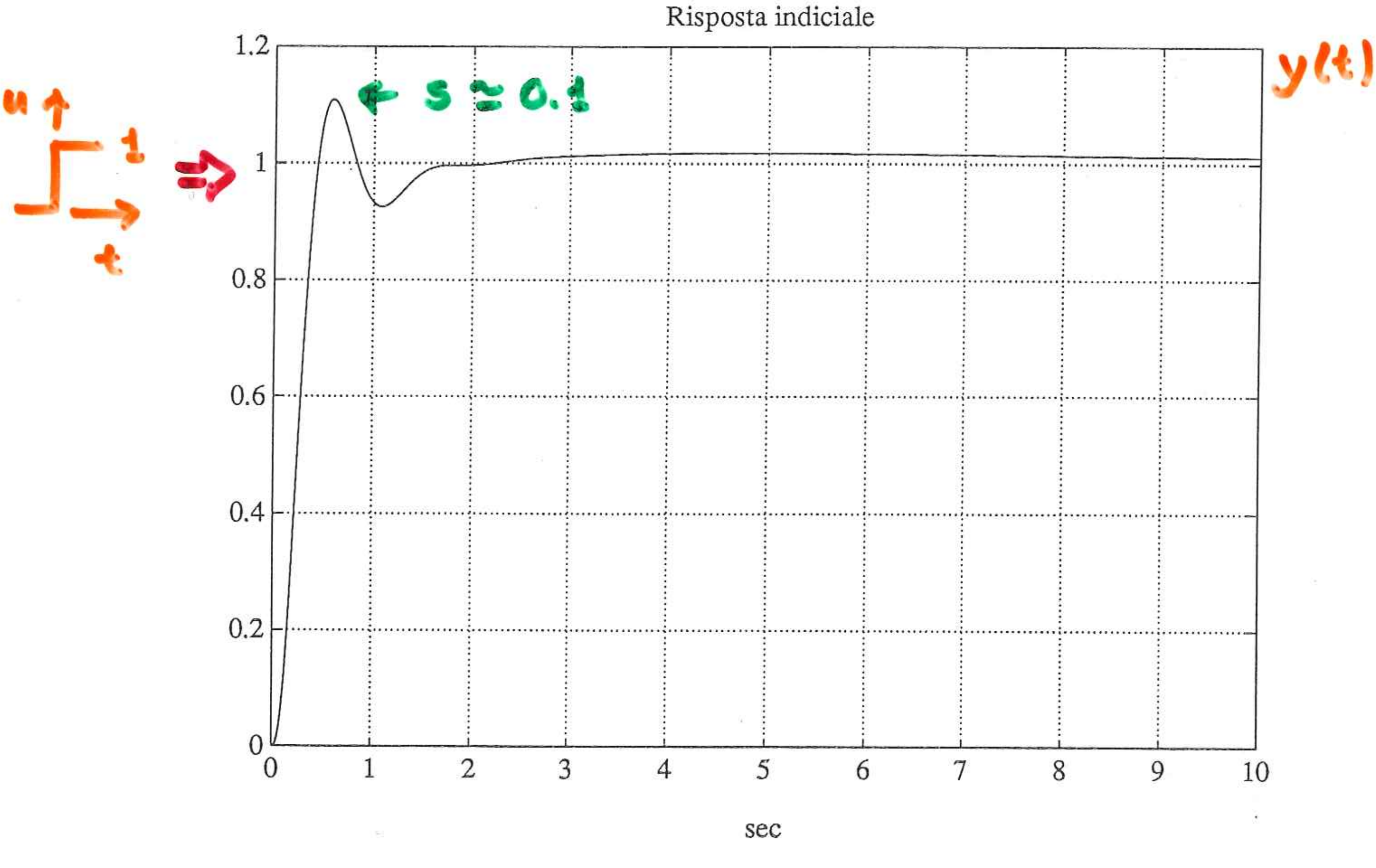
modulo e fase ad anello aperto

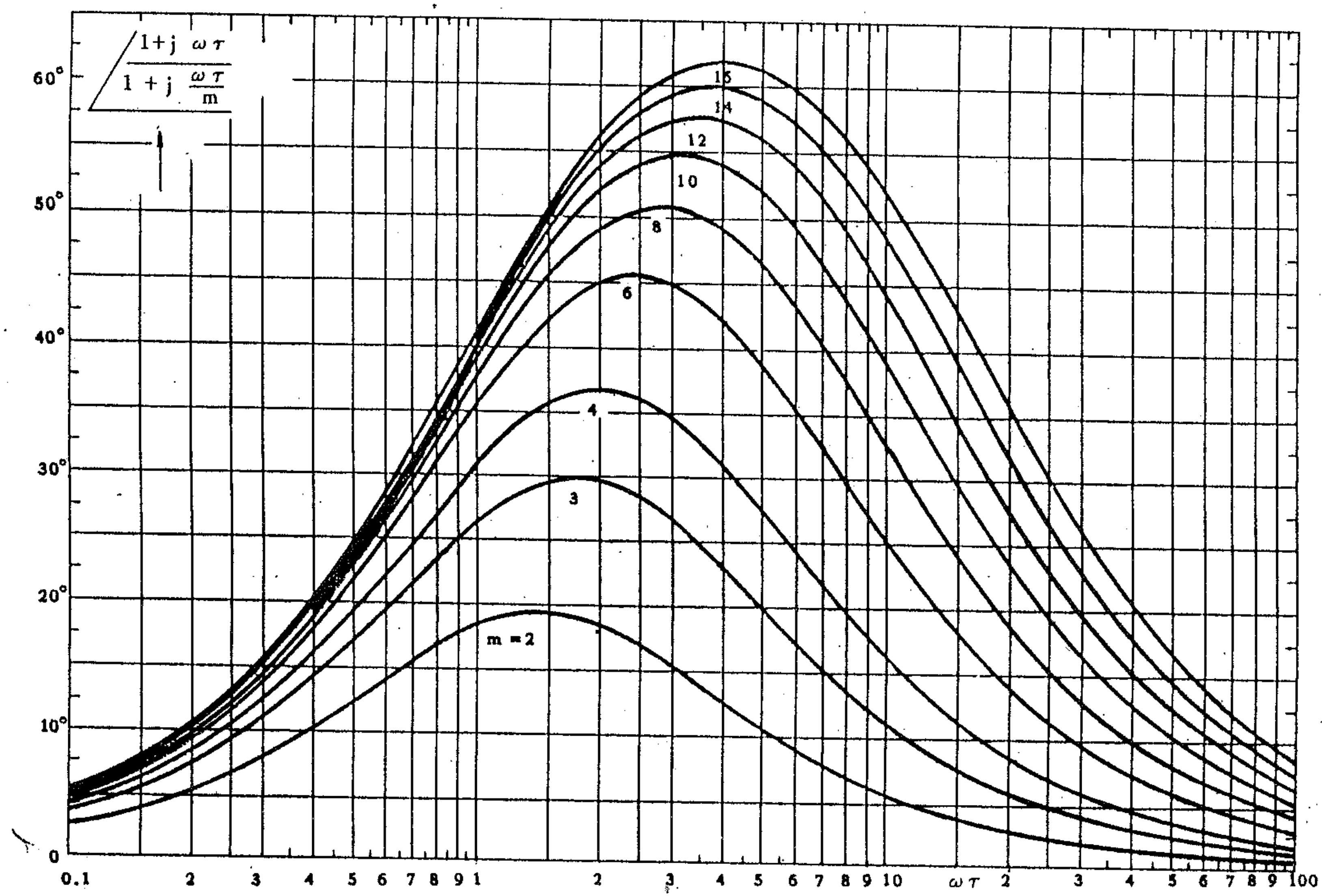
R(s) ATTENUATRICE $m=8,\ \tau=72$ + ANTICIPATRICE $m=3,\ \tau=0.15$



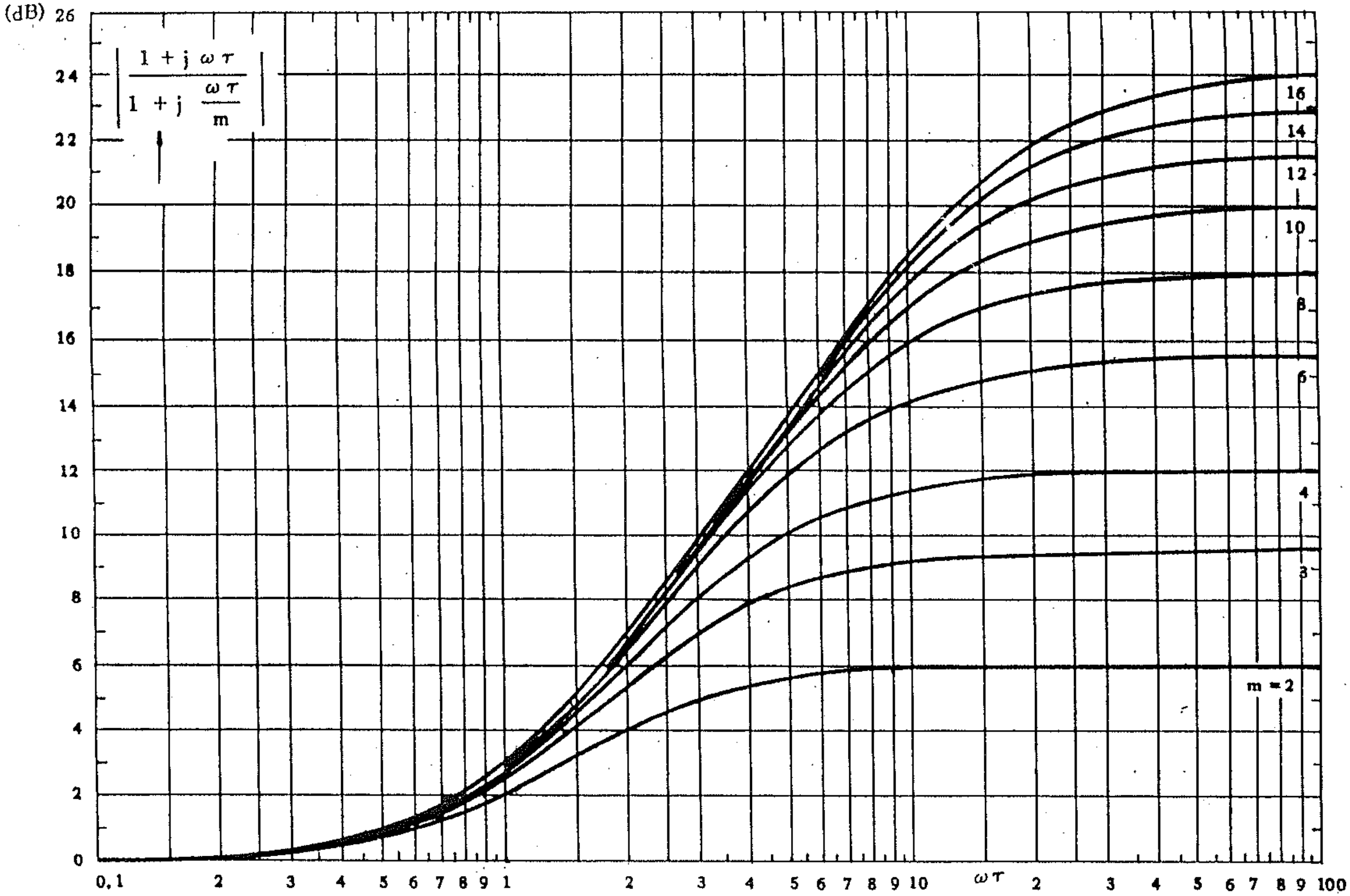


anello chiuso $\left(C(s) = \frac{25}{s} \cdot \frac{1+9s}{1+72s} \cdot \frac{1+0.15s}{1+0.05s} \right)$





$\angle \dfrac{1+j\,\omega\tau}{1+j\,\dfrac{\omega\tau}{m}}$
60°
50°
40°
30°
20°
10°
0
0.1
2
3
4
5
6
7
8
9
1
10
100
$\omega\tau$
15
14
12
10
8
6
4
3
m = 2



(dB)
$\left| \frac{1 + j\,\omega\tau}{1 + j\,\frac{\omega\tau}{m}} \right|$
26
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
0,1
2
3
4
5
6
7
8
9
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
$\omega\tau$
2
3
4
5
6
7
8
9
100
16
14
12
10
8
6
4
3
m = 2